

组约束与非局部稀疏的图像去噪算法

陈利霞^{1,2,3}, 赛朋飞¹

(1 桂林电子科技大学 数学与计算科学学院, 广西 桂林 541004;

2 桂林电子科技大学 广西高校图像图形智能处理重点实验室, 广西 桂林 541004;

3 桂林电子科技大学 广西密码学与信息安全重点实验室, 广西 桂林 541004)

摘 要: 现有的非局部稀疏表示去噪算法大多严格依赖于块匹配, 且其去噪性能受制于匹配的相似块的数量. 鉴于此, 提出了组约束与非局部稀疏的图像去噪模型. 模型在非局部稀疏的基础上加入了分组约束, 增强了图像块之间的非局部相似度, 块匹配更加精确. 实验表明, 模型无论是在视觉效果还是峰值信噪比上均具有较好的性能.

关键词: 图像去噪; 非局部相似; 稀疏表示; 分组约束

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2015)11-0185-04

Image Denoising Algorithm Based on Nonlocally Sparse Representation and Group

CHEN Li-xia^{1,2,3}, SAI Peng-fei¹

(1 School of Mathematics and Computing Science, Guilin University of Electronic Technology,

Guilin 541004, China; 2 Guangxi Colleges and Universities Key Laboratory of Intelligent

Processing of Computer Images and Graphics, Guilin University of Electronic Technology,

Guilin 541004, China; 3 Guangxi Key Laboratory of Cryptography and Information Security,

Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: The most existing denoising algorithms based on nonlocal sparse representation are strictly dependent on patch matching, and the denoising performance is subject to the numbers of similar patches. So a image denoising algorithm based on nonlocally sparse representation and group is proposed. The group-based constraints is introduced to the nonlocal sparse representation, which can enhance the nonlocal similarity between image patches and the patch matching is more accurate. Experiments show that the model has a good performance in both visual effect and peak signal to noise ratio.

Key words: image denoising; nonlocal similarity; sparse representation; group-based constraints

1 引言

图像去噪是一个典型的病态线性逆问题. 为了处理图像的病态特性, 通常用图像先验知识来正则化求解去噪的最小化问题. 由于图像先验知识在图像去噪算法中扮演了决定性的角色, 所以设计有效

的正则化项来反映图像先验是图像去噪的核心.

很多研究者在图像去噪问题上进行了大量的探索^[1-7], 基于稀疏表示的正则化在各种图像恢复问题中都有较好的峰值信噪比和视觉效果^[4-6]. 并且非局部相似也被广泛研究, 由于图像自相似先验的应用, 非局部特征项比局部特征项产生了更清晰的图像边

收稿日期: 2014-12-23; 修回日期: 2015-02-17

基金项目: 国家自然科学基金 (61362021); 广西自然科学基金 (2013GXNSFDA019030; 2013GXNSFAA019331; 2012GXNSFBA053014; 2012GXNSFAA053231; 2014GXNSFDA118035); 广西高校图像图形智能处理重点实验室资助项目 (GHP201408)

缘和更多图像细节^[7-8]. 联合自然图像的稀疏性和自相似性达到了更好的效果. 在文献[5]中, 详细介绍了稀疏表示和自相似性, 作者结合了稀疏和相似正则化, 得到图像恢复解决方案的最终成本函数来增强图像质量. 但是由于非局部正则项采用的不准确的加权图产生干扰^[9], 使得大量的图像细节和结构不能准确恢复.

为了克服上述方法的不足, 本文在非局部稀疏表示中引入了图像的分组约束, 提出了分组约束下基于非局部稀疏表示的模型. 该方法能够使块匹配更加准确, 有效降低加权干扰, 取得更好的去噪效果.

2 非局部稀疏模型

文献[11]中提出了一个非局部稀疏表示模型, 首先, 通过稀疏编码系数域中非局部均值的原理获得稀疏编码系数好的估计, 然后, 使观测图像的编码系数往它们的估计上集中, 以提高图像恢复稀疏编码的性能.

从观测图像的角度, 传统的稀疏表示正则化图像复原策略, 可以表达为

$$\alpha_y = \arg \min_{\alpha} \{ \|y - \Phi \alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 \} \quad (1)$$

恢复图像表示为 $x = \Phi \alpha_y$.

我们希望 α_y 尽可能地接近原始图像 x 的编码, 但是由于观测图像的退化特性, 很难从 y 中恢复出实际的稀疏编码. 考虑到自然图像的局部和非局部相关性, 文献[11]中提出了非局部稀疏表示模型:

$$\alpha_y = \arg \min_{\alpha} \{ \|y - \Phi \alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 + \gamma \sum_i \|\alpha_i - \beta_i\|_1 \} \quad (2)$$

式中, λ, γ 是正则化参数, $\|\alpha\|_1$ 是局部稀疏正则项, $\|\alpha_i - \beta_i\|_1$ 是非局部正则项, β_i 是 α_i 的非局部估计, 定义 $\alpha_{i,q}$ 是块 $x_{i,q}$ 在集合 Ω_i 中的系数, $\beta_i = \sum_{q \in \Omega_i} \omega_{i,q} \alpha_{i,q}$, 权值 $\omega_{i,q} = \frac{1}{W} \exp(-\|\hat{x}_i - \hat{x}_{i,q}\|_2^2/h)$, 其中 $\hat{x}_i = \Phi \hat{\alpha}_i$, $\hat{x}_{i,q} = \Phi \hat{\alpha}_{i,q}$ 是块 x_i 和 $x_{i,q}$ 的估计, h 是预定义的标量, W 是归一化因子.

3 新模型

由于非局部稀疏表示严重依赖于块匹配, 而且随着块质量的退化以及块数量的增加, 很难找到足够合适的块. 文献[12]中将具有相似结构的非局部块构成的类定义为组, 受此启发, 本文将分组约束与非局部稀疏相结合, 提出如下新模型:

$$\min_{\alpha, \alpha_G, x} \{ \|x - \Phi \alpha\|_2^2 + \lambda_1 \sum_i \|\alpha_i - \beta_i\|_1 + \lambda_2 \|\alpha_G\|_1 + \lambda_3 \|x - \Phi_G \alpha_G\|_2^2 \} \quad (3)$$

式中, Φ_G 和 α_G 分别表示定义在组上的字典以及在该字典上的稀疏编码. 为了求解式(3), 需要将此模型分为两个子模型:

模型 A:

$$\min_{\alpha, x} \{ \|x - \Phi \alpha\|_2^2 + \lambda_1 \sum_i \|\alpha_i - \beta_i\|_1 \} \quad (4)$$

模型 B:

$$\min_{\alpha_G, x} \left\{ \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \|\alpha_G\|_1 + \|\Phi_G \alpha_G - x\|_2^2 \right\} \quad (5)$$

对于模型 A, 需要先训练字典 Φ . 首先将图像分块, 然后利用 k 均值将图像块分成 K 类, 在每一类里学习 PCA 子字典, 再将 K 个 PCA 子字典组合成一个大字典 Φ . 在 Φ 确定的情况下, 利用文献[13]中的代理函数求解式(4), 则 $t+1$ 步迭代的 α_i 为

$$\alpha_i^{(t+1)}(j) = S_{\tau}(\nu_{i,j}^t - \beta_i(j)) + \beta_i(j) \quad (6)$$

式中, $S_{\tau}(\cdot)$ 是经典的软阈值算子, $\nu^t = \Phi^T(x - \Phi \alpha^{(t)})/c + \alpha^{(t)}$, $\tau = \lambda_{i,j}/c$, c 是辅助参数, 其选取使得

文献[13]中的代理函数具有凸性, $\lambda_{i,j} = \frac{2\sqrt{2}\sigma_n^2}{\sigma_{i,j}}$, σ_n^2

是 $\alpha - \beta$ 的方差, $\sigma_{i,j}$ 是 $\alpha_i - \beta_i$ 在 j 处标准差.

求解模型 B 时, 由于基本单位是组, 传统的字典学习不仅计算成本高, 而且训练出的字典是适应于整个图像的, 忽略了每个组的特征, 故对每个组的估计 $\tilde{x}_{G_k}$ 进行 SVD 分解 $\tilde{x}_{G_k} = U_{G_k} \Sigma_{G_k} V_{G_k}$, 则 $\Phi_G = U_{G_k} V_{G_k}^T$. 当字典 Φ_G 确定后, 将式(5)分成 n 个子问题:

$$\min_{\alpha_{G_k}} \frac{1}{2} \|\Phi_{G_k} \alpha_{G_k} - x_{G_k}\|_2^2 + \tau \|\alpha_{G_k}\|_1 \quad (7)$$

式中, $\tau = (\lambda_2)/(2\lambda_3)$, $k = 1, 2, \dots, n$. 由于 $x_{G_k} = \Phi_{G_k} \hat{\alpha}_{G_k}$, 则:

$$\|\Phi_{G_k} \alpha_{G_k} - \Phi_{G_k} \hat{\alpha}_{G_k}\|_2^2 = \|\alpha_{G_k} - \hat{\alpha}_{G_k}\|_2^2 \quad (8)$$

将式(8)代入式(7), 有

$$\min_{\alpha_{G_k}} \frac{1}{2} \|\alpha_{G_k} - \hat{\alpha}_{G_k}\|_2^2 + \tau \|\alpha_{G_k}\|_1 \quad (9)$$

因此, 式(9)的封闭形式解可以表达为

$$\alpha_{G_k} = \text{hard}(\hat{\alpha}_{G_k}, \sqrt{2\tau}) = \hat{\alpha}_{G_k} \odot 1(\text{abs}(\hat{\alpha}_{G_k}) - \sqrt{2\tau}) \quad (10)$$

式中, $\text{hard}(\cdot)$ 定义一个硬阈值算子, 并且 $\odot$ 表示两个向量的内积, 把这个过程应用于所有的 n 个子问题, 求出式(7)中最终的 α_G .

当 α 和 α_G 取定后, 则去噪后的图像为

$$x = \Phi\alpha + \eta(\Phi_G\alpha_G - \Phi\alpha) \quad (11)$$

式中, η 是一个调节 α_G 约束的参数.

4 实验结果

针对本文提出的新模型,采用了大量图像进行去噪实验,含噪图大小均为 512×512 ,主要参数如下:在字典训练阶段,图像分块大小为 7×7 ,聚类的类别数 $k=70$,模型 A 中软阈值参数 $\lambda_1=0.22$,模型 B 中硬阈值参数 $\tau=(\lambda_2)/(2\lambda_3)=7.872$,调节参数 $\eta=0.02$. 算法运行环境如下:PC 机的 CPU 为 Intel core i5, 2.50 GHz, 内存为 4.00 GB, 操作系统为 64 位 Win7, Matlab 版本为 R2013a. 利用峰值信噪比 (PSNR) 来比较去噪后的图像质量.

为了验证新模型的效能,将本文提出的方法与现有的 CSR^[3] 和 NCSR^[11] 进行比较. 表 1~表 3 分别给出了噪声水平为 20, 50, 100 时 7 幅图像去噪后的 PSNR 结果,从中可以看出,对不同的图像本,文提出的算法在峰值信噪比上比 CSR^[3] 和 NCSR^[11] 均有所提高.

以 man 为例,图 1 中给出了噪声水平为 20 的图像去噪效果比较,图 1(a)~(e)分别为原图像、噪声图像、CSR 去噪图、NCSR 去噪图和本文算法去噪图. 图 1(f)~(j)是图 1(a)~(e)对应的细节图. 图 1 中,从 man 的头发和手上可以看出,图 1(j)所示的视觉效果比图 1(h)、图 1(i)中表示的要好,不仅有效地去除了噪声,还保留了更多的纹理和细节,使得去噪后图像看起来更加的清晰. Man 的局部放大效果见图 2.

表 1 峰值信噪比 (dB) 对比 ($\sigma=20$)

比较方法	CSR	NCSR	本文算法
man	30.61	30.59	30.62
Lena512	32.95	32.95	33.10
boat	30.73	30.79	30.84
barbara	31.81	31.78	32.07
couple	30.53	30.60	30.67
hill	30.61	30.65	30.69
fingerprint	28.89	28.96	28.97

表 2 峰值信噪比 (dB) 对比 ($\sigma=50$)

比较方法	CSR	NCSR	本文算法
man	26.65	26.67	26.73
Lena512	28.94	28.90	29.01
boat	26.56	26.67	26.74
barbara	27.21	26.99	27.12
couple	26.17	26.19	26.20
hill	27.01	26.99	27.06

fingerprint	24.50	24.39	24.56
-------------	-------	-------	-------

表 3 峰值信噪比 (dB) 对比 ($\sigma=100$)

比较方法	CSR	NCSR	本文算法
man	23.98	24.02	24.04
Lena512	25.67	25.72	25.73
boat	23.56	23.68	23.74
barbara	23.06	23.20	23.22
couple	23.16	23.15	23.22
hill	24.18	24.36	24.41
fingerprint	21.35	21.40	21.44



(a)原图

(b)含噪图($\sigma=20$)



(c)CSR^[3]

(d)NCSR^[11]



(e)本文方法

图 1 Man 的去噪效果比较

5 结束语

本文结合非局部稀疏表示和基于组的稀疏约束,通过非局部稀疏中加入分组稀疏正则项,提出了组约束与非局部稀疏的图像去噪模型. 接着分两个子模型求解该模型,把非局部稀疏和分组稀疏分成两个子模型分别求解,最后通过修正得到最终的恢复图像. 实验结果表明,与传统的非局部稀疏表示

相比,该方法在保留更多细节信息的同时能更好的去除噪声,并且峰值信噪比也有所提高.



图2 Man的局部放大效果

参考文献:

- [1] Zhang L, Dong W, Zhang D, et al. Two-stage image denoising by principle component analysis with local pixel grouping[J]. Pattern Recognition, 2010(43): 1531-5549.
- [2] Dong W, Shi G, Li X. Nonlocal image restoration with bilateral variance estimation: a low-rank approach [J]. IEEE Trans on Image Processing, 2013,22(2): 700-711.
- [3] Dong W, Li X, Zhang L, et al. Sparsity-based image denoising via dictionary learning and structural[C]// Proceedings of the IEEE Conference on COmputer Vi-sion and PATTERN Recognition, Providence, RI; IEEE, 2011:457-464.
- [4] Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. IEEE Trans Image Process, 2006,15(12):3736-3745.
- [5] Dong W, Zhang L, Shi G, et al. Image deblurring and super-resolution by adaptive sparse domain selection and adaptive regularization[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2011,20(7):1838-1857.
- [6] Yang J, Wright J, Huang T, et al. Image super-resolution via sparse representation[J]. IEEE Trans Image Process, 2010,19(11):2861-2873.
- [7] Elmoataz A, Lezoray O, Bougleux S. Nonlocal discrete regularization on weighted graphs: a framework for image and manifold processing[J]. IEEE Trans Image Processing, 2008,17(7):1047-1060.
- [8] Jung M, Bresson X, Chan T F, et al. Nonlocal Mumford-Shah regularizers for color image restoration[J]. IEEE Trans Image Process, 2011,20(6):1583-1598.
- [9] Zhang X, Burger M, Bresson X, et al. Bregmanized nonlocal regularization for deconvolution and sparse reconstruction [J]. SIAM J Imaging Sci, 2010, 3 (3): 253-276.
- [10] Mairal J, Bach F, Ponce J, et al. Non-local sparse models for image restoration[C]// Proceedings of the 2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision. Kyoto;IEEE,2009:2272-2279.
- [11] Dong W, Zhang L, Shi G, et al. Nonlocally centralized sparse representation for image restoration[J]. IEEE Trans on Image Pro-cessing, 2013,22(4):1620-1630.
- [12] Jian Zhang, Debin Zhao, Wen Gao. Group-based sparse representation for image restoration[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23 (8): 3336-3351.
- [13] Daubechies I, Defriese M, DeMol C. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint[J]. communications on pure and applied mathematics, 2004,57(11):1413-1457.

作者简介:

陈利霞 女, (1979-), 博士, 副教授, 研究方向为偏微分方程理论、小波理论及其在图像处理中的应用.

E-mail: clx2001@126.com.

赛朋飞 男, (1985-), 硕士研究生, 研究方向为数字图像处理.